

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY**Diploma Engineering - SEMESTER-I • EXAMINATION – SUMMER 2013****Subject Code: 3300001****Date: 03-06-2013****Subject Name:****Time: 02:30 pm - 05:00 pm****Total Marks: 70****Instructions:**

1. Attempt all questions.
2. Make suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of simple calculator is permissible (scientific/Higher version not allowed)
5. English version is authentic.

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options: **14**

(1) Value of $\log_a \frac{1}{a}$ is _____.

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) 2

(2) If $\log_a 32 = 5$ then $a =$ _____.

- (a) 2 (b) 0 (c) 1 (d) -2

(3) $a^{\log_a b} =$ _____.

- (a) 0 (b) a (c) b (d) 1

(4) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ then $A^T =$ _____.

- (a)
- $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
- (b)
- $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
- (c)
- $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
- (d)
- $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

The value of the $\begin{vmatrix} \log_6 3 & -1 \\ \log_6 2 & 1 \end{vmatrix} =$ _____.

(5) (a) 0 (b) -1 (c) 1 (d) 2

If $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ then $AB =$ _____.

(6) (a) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

If $\begin{vmatrix} x & 3 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 2$ then $x =$ _____.

(7) (a) 2 (b) -1 (c) -2 (d) -3

The period of $3\cos 2x$ is _____.

- (a) 0 (b)
- π
- (c)
- 2π
- (d)
- 3π

(8) If $\cos\theta + \sin\theta = 2$ then $\sin 2\theta =$ _____.

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

(9) $135^\circ =$ _____ radian.

(10) (a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{3\pi}{4}$ (c) $\frac{5\pi}{4}$ (d) $\frac{5\pi}{6}$

() $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) =$ _____.

(11) (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{3\pi}{2}$ (c) π (d) 0

() The area of a circle made from 4π cm. long wire is _____.

(a) π (b) 4π (c) 2π (d) 3π
 Volume of a cone whose radius is 4 m. and height is 12m.is _____m³.

(12) (a) 192π (b) 48π (c) 64π (d) 74π
) Surface area of a cube of 5cm. length is _____cm².
 (a) 25 (b) 125 (c) 100 (d) 150

(13)
)

(14)
)

Q.2 (a) Attempt any Two: **06**

- (1) Solve: $\log_2(x+5) + \log_2(x-2)=3$.
- (2) Find the diameter of a sphere, if the total surface area of a closed Hemi-Sphere is 462 m². ($\pi = \frac{22}{7}$)
- (3) Diameter of a circular common plot of a college is 42 m. To raise the height of surface up to 10 cm, how many m³ clay is required? ($\pi = \frac{22}{7}$)

(b) Attempt any Two: **08**

- (1) If $\log\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$, then prove that $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 7$.
- (2) Solve: $\frac{4\log 3 \times \log x}{\log 9} = \log 27$.
- (3) How many spherical balls of radius one cm can be made from cube of length 22 cm? ($\pi = \frac{22}{7}$)

Q.3 (a) Attempt any Two: **06**

(1) prove that if $\begin{vmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{vmatrix} = 0$ then $a = b$ or $a = -2b$

(2) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ then prove that $A^2 - 7I_{2 \times 2} = \mathbf{0}$.

(3) Find the inverse matrix $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & -1 \\ 5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(b) Attempt any Two: **08**

(1) Solve: $2x - y = 4$ and $3x + y = 1$, Using matrix method.

(2) If $A \alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ then Show that $A \alpha \cdot A \beta = A \alpha + \beta$

(3) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ then find AB and BA

Q.4 (a) Attempt any Two: **06**

(1) Prove that $\tan 57^\circ = \frac{\cos 12^\circ + \sin 12^\circ}{\cos 12^\circ - \sin 12^\circ}$

(2) Simplify: $\frac{\sin(180 - \theta) \cdot \cos(270 - \theta) \cdot \csc(90 + \theta)}{\sec(270 + \theta) \cdot \cot(90 + \theta) \cdot \tan(360 - \theta)}$

(3) Show that $\tan^{-1}(\infty) + \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7\pi}{6}$

(b) Attempt any Two: **08**

(1) Draw the graph of $y = \sin x$, where $0 \leq x \leq 2\pi$

(2) If $\tan \theta = \frac{2}{3}$, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ then find the value of $2\sin 2\theta + 3\cos 2\theta$.

(3) Prove that $\sin 4\theta = 4\sin \theta \cos^3 \theta - 4\sin^3 \theta \cos \theta$

Q.5 (a) Attempt any Two: **06**

(1) If $\vec{a} = (3, -1, -4)$, $\vec{b} = (-2, 4, -3)$ and $\vec{c} = (-1, 2, -5)$ then find the modulus of $\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$.

(2) Find the unit vector perpendicular to the plane of vector $\vec{a} = (1, 2, 3)$ and $\vec{b} = (-2, 1, -2)$.

(3) For what value of x , the vectors $2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$ and $x\mathbf{i} - \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ are perpendicular to each other?

(b) Attempt any Two: **08**

(1) A particle is displaced from the point $(0, 1, -2)$ to the point $(-1, 3, 2)$ under the action of applied forces $(1, 2, 3)$, $(-1, 2, 3)$ and $(-1, 2, -3)$ then find the work done.

(2) If $\vec{a} = (-4, 9, 6)$, $\vec{b} = (0, 7, 10)$ and $\vec{c} = (-1, 6, 6)$ then show that $(\vec{a} - \vec{c}) \cdot (\vec{b} - \vec{c}) = 0$.

(3) Prove that the Angle between two vectors $\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ and $\mathbf{i} + \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ is $\sin^{-1} \sqrt{\frac{46}{55}}$.

- (1) $\log_a \frac{1}{a}$ ની કિંમત _____.
- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) 2
- (2) જો $\log_a 32 = 5$ તો $a =$ _____.
- (a) 2 (b) 0 (c) 1 (d) -2
- (3) $a^{\log_a b} =$ _____.
- (a) 0 (b) a (c) b (d) 1
- (4) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ તો $A^T =$ _____.
- (a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
- (5) નિશ્ચાયક $\begin{vmatrix} \log_6 3 & -1 \\ \log_6 2 & 1 \end{vmatrix}$ નું મૂલ્ય = _____ છે.
- (a) 0 (b) -1 (c) 1 (d) 2
- (6) જો $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ તો $AB =$ _____.
- (a) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
- (7) જો $\begin{vmatrix} x & 3 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 2$ તો $x =$ _____.
- (a) 2 (b) -1 (c) -2 (d) -3
- (8) $3\cos 2x$ નું આવર્તમાન _____ છે.
- (a) 0 (b) π (c) 2π (d) 3π
- (9) જો $\cos\theta + \sin\theta = 2$ તો $\sin 2\theta =$ _____.
- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4
- (10) $135^\circ =$ _____ radian.
- (a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{3\pi}{4}$ (c) $\frac{5\pi}{4}$ (d) $\frac{5\pi}{6}$
- $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) =$ _____.
- (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{3\pi}{2}$ (c) π (d) 0
- (11) 4π સેમી લાંબા સળીયા માંથી બનતા વર્તુલ નું ક્ષેત્રફળ = _____.
- (a) π (b) 4π (c) 2π (d) 3π
- 4મી. ત્રિજ્યા અને 12 મી ઉંચાઈ ધરાવતા શંકુ નું ઘનફળ _____ ઘન મી. છે
- (12) (a) 192π (b) 48π (c) 64π (d) 74π
- 5 સેમી લંબાઈ ના સમઘન ની સપાટી નું પૃષ્ઠફળ _____ ચોરસ
- (13) સેમી. છે.
- (a) 25 (b) 125 (c) 100 (d) 150

(14
)

Q.2 (a) ગમે તે બે ગણો.: 06

- (1) ઉકેલો : $\log_2(x+5) + \log_2(x-2)=3$.
- (2) એક બંધ અર્ધગોલક ની સપાટી નું પૃષ્ઠફળ 462 ચોરસ સેમી. છે, તો ગોલક નો વ્યાસ શોધો. ($\pi = \frac{22}{7}$)
- (3) કોલેજ માં વર્તુળાકાર કોમન પ્લોટ નો વ્યાસ 42 મી છે, જેની સપાટી પર 10 સેમી. માટી પાથરવા માટે કેટલા ઘનમીટર માટી જોઈએ? ($\pi = \frac{22}{7}$)

(b) ગમે તે બે ગણો.: 08

- (1) જો $\log\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$, તો સાબીત કરો કે $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 7$.
- (2) ઉકેલો : $\frac{4\log 3 \times \log x}{\log 9} = \log 27$.
- (3) 22 સેમી. લંબાઈ ના સમઘન માંથી એક સેમી. ત્રિજ્યા ના કેટકા ગોળા બને? ($\pi = \frac{22}{7}$)

Q.3 (a) ગમે તે બે ગણો.: 06

(1) જો $\begin{vmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{vmatrix} = 0$ તો બતાવો કે $a = b$ અથવા $a = -2b$

(2) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ હોય તો સાબીત કરો કે $A^2 - 7I_{2 \times 2} = \mathbf{0}$.

(3) $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & -1 \\ 5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ નો વ્યસ્ત શ્રેણિક મેળવો.

(b) ગમે તે બે ગણો.: 08

(1) શ્રેણિક ની રીતે સમીકરણો ના ઉકેલ મેળવો :

$$2x - y = 4 \text{ અને } 3x + y = 1 .$$

(2) જો $A \alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ તો બતાવો કે $A \alpha \cdot A \beta = A \alpha + \beta$

(3) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ હોય તો AB અને BA

શોધો.

Q.4 (a) ગમે તે બે ગણો.:

06

(1) સાબીત કરો $\tan 57^\circ = \frac{\cos 12^\circ + \sin 12^\circ}{\cos 12^\circ - \sin 12^\circ}$

(2) :સાદુરૂપ આપો : $\frac{\sin(180-\theta) \cdot \cos(270-\theta) \cdot \operatorname{cosec}(90+\theta)}{\sec(270+\theta) \cdot \cot(90+\theta) \cdot \tan(360-\theta)}$

(3) બતાવો કે $\tan^{-1}(\infty) + \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7\pi}{6}$

(b) ગમે તે બે ગણો.:

08

(1) $y = \sin x$ નો આલેખ દોરો. જ્યાં, $0 \leq x \leq 2\pi$

(2) જો $\tan \theta = \frac{2}{3}$, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ તો $2\sin 2\theta + 3\cos 2\theta$ ની કિંમત શોધો.

(3) સાબીત કરો કે $\sin 4\theta = 4\sin \theta \cos^3 \theta - 4\sin^3 \theta \cos \theta$

Q.5 (a) ગમે તે બે ગણો.:

06

(1) જો $\vec{a} = (3, -1, -4)$, $\vec{b} = (-2, 4, -3)$ અને $\vec{c} = (-1, 2, -5)$ હોય તો .
સદિશ $\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$ નું માન શોધો

(2) સદિશો $\vec{a} = (1, 2, 3)$ અને $\vec{b} = (-2, 1, -2)$ ને લંબ એકમ સદિશ શોધો.

(3) x ની કઈ કિંમત માટે સદિશો $2i+3j-k$ અને $xi-j+3k$ પરસ્પર લંબ બને?

(b) ગમે તે બે ગણો.:

08

(1) એક પદાર્થ પર ત્રણ બળો $(1, 2, 3)$, $(-1, 2, 3)$ અને $(-1, 2, -3)$ લગાડતા તે પદાર્થ બિંદુ $(0, 1, -2)$ થી બિંદુ $(-1, 3, 2)$ પર સ્થાનાંતર કરે છે, તો તે પદાર્થ પર થતું કાર્ય શોધો

(2) . જો સદિશો $\vec{a} = (-4, 9, 6)$, $\vec{b} = (0, 7, 10)$ અને $\vec{c} = (-1, 6, 6)$ હોય તો બતાવો કે $(\vec{a}-\vec{c}) \cdot (\vec{b}-\vec{c}) = 0$.

(3) બે સદિશો $i+2j$ અને $i+j+3k$ વચ્ચે નો ખૂણો $\sin^{-1} \sqrt{\frac{46}{55}}$ થાય એમ સાબિત કરો
