

Seat No.: \_\_\_\_\_

Enrolment No.: \_\_\_\_\_

**GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY**  
**DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER – II • EXAMINATION – SUMMER 2015**

**Subject Code: 320001**

**Date: 27- 05 - 2015**

**Subject Name: Mathematics-II**

**Time: 10:30 am to 1:00 pm**

**Total Marks: 70**

**Instructions:**

1. Attempt all questions.
2. Make suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Each question carry equal marks (14 marks)
5. Use of programmable calculator is prohibited.

**Q.1** (a) Fill in the blanks:

**07**

- (1) A(- 2, 3) and B(2, - 1) then AB = \_\_\_\_\_.
- (2) Slope of a line  $7x + 5y - 12 = 0$  is \_\_\_\_\_.
- (3) Centre of the circle  $x^2 + y^2 + 4x + 8y - 10 = 0$  is \_\_\_\_\_.
- (4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} =$  \_\_\_\_\_.
- (5)  $\frac{d}{dx}(\cos^2 x + \sin^2 x) =$  \_\_\_\_\_.
- (6)  $\int (x^2 + 2x)e^x dx =$  \_\_\_\_\_.
- (7)  $\int_0^4 x dx =$  \_\_\_\_\_.

**પ્રશ્ન. ૧** (અ) ખાલી જગ્યા પુરો:

**૦૭**

- (૧) A(- 2, 3) અને B(2, - 1) તો AB = \_\_\_\_\_.
- (૨) રેખા  $7x + 5y - 12 = 0$  નો ઢાળ \_\_\_\_\_ છે.
- (૩) વર્તુળ  $x^2 + y^2 + 4x + 8y - 10 = 0$  નું કેન્દ્ર \_\_\_\_\_ છે.
- (૪)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} =$  \_\_\_\_\_.

(૫)  $\frac{d}{dx}(\cos^2 x + \sin^2 x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(૬)  $\int (x^2 + 2x)e^x dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(૭)  $\int_0^4 x dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(b) Do as directed:

(1) In  $\Delta ABC$  if  $A(1, 2)$ ,  $B(2, 3)$ ,  $C(x, 5)$  and  $m\angle A = 90^\circ$  then find  $x$ . 04

(2) If  $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$  then prove that (i)  $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$ , (ii)  $f(x)f(-x) = 1$  03

(બ) માગ્યા મુજબ કરો:

(૧)  $\Delta ABC$  માં  $A(1, 2)$ ,  $B(2, 3)$ ,  $C(x, 5)$  અને  $m\angle A = 90^\circ$  તો  $x$  શોધો.. 0૪

(૨) જો  $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$  તો સાબિત કરો કે (i)  $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$ , (ii)  $f(x)f(-x) = 1$  03

**Q.2** (a) Do as directed:

(1) If  $A(3, 2)$  and  $B(3, -2)$  then find the equation of locus of a point  $P(x, y)$  such that  $PA^2 + PB^2 = 44$ . 04

(2) If  $A(5, 6)$  and  $B(-1, 1)$  then find the equation of perpendicular bisector of  $\overline{AB}$ . 03

**પ્રશ્ન. ૨** (અ) માગ્યા મુજબ કરો:

(૧) જો  $A(3, 2)$  અને  $B(3, -2)$  તો  $PA^2 + PB^2 = 44$  થાય તેવા બિંદુ  $P(x, y)$  ના બિંદુગણનું સમીકરણ શોધો. 0૪

(૨) જો  $A(5, 6)$  અને  $B(-1, 1)$  તો  $\overline{AB}$  ના લંબદ્વિભાજક નું સમીકરણ શોધો. 03

(b) Do as directed:

(1) Find the equations of tangent and normal to the circle  $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 21 = 0$  at a point  $(1, -2)$ . 04

(2) Find the equation of a line passing through the point  $(4, 3)$  and perpendicular to 03

the line  $4y - 3x + 7 = 0$ .

(બ) માગ્યા મુજબ કરો:

- (૧) વર્તુળ  $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 21 = 0$  ના  $(1, -2)$  બિંદુએ સ્પર્શક અને અભિલંબ નાં સમીકરણ મેળવો. 0૪
- (૨) બિંદુ  $(4, 3)$  માંથી પસર થતી અને રેખા  $4y - 3x + 7 = 0$  ને લંબ રેખાનું સમીકરણ શોધો. 0૩

OR

(b) Do as directed:

- (1) Find the equation of a circle passing through the points  $A(2, 0)$ ,  $B(0, 2)$  and  $C(0, 0)$ . 04
- (2) Find the equation of a line parallel to the line  $3y - 2x = 1$  and passing through the point  $(3, 4)$ . 03

(બ) માગ્યા મુજબ કરો:

- (૧) બિંદુઓ  $A(2, 0)$ ,  $B(0, 2)$  અને  $C(0, 0)$  માંથી પસાર થતા વર્તુળનું સમીકરણ મેળવો. 0૪
- (૨) બિંદુ  $(3, 4)$  માંથી પસર થતી અને રેખા  $3y - 2x = 1$  ને સમાંતર રેખાનું સમીકરણ શોધો. 0૩

Q.3 (a) Do as directed:

- (1) Evaluate:  $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2 - \sec^2 \theta}{1 - \tan \theta}$  04
- (2) Evaluate:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 4}$  03

પ્રશ્ન. 3 (અ) માગ્યા મુજબ કરો:

(૧) કિંમતા શોધો:  $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2 - \sec^2 \theta}{1 - \tan \theta}$  0૪

(૨) કિંમતા શોધો:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 4}$  0૩

(b) Do as directed:

(1) Find the derivative of  $\cos x$  using definition. 04

(2) Evaluate:  $\int \frac{(1-3x)^2}{x^3} dx$  03

(બ) માગ્યા મુજબ કરો:

(૧) વ્યાખ્યાની મદદથી  $\cos x$  નું વિકલિત મળવો. 0૪

(૨) કિંમતા શોધો:  $\int \frac{(1-3x)^2}{x^3} dx$  03

OR

Q.3 (a) Do as directed:

(1) Evaluate:  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n + 1} - n)$  04

(2) Evaluate:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} - 2^{3x}}{x}$  03

પ્રશ્ન. ૩ (અ) માગ્યા મુજબ કરો:

(૧) કિંમતા શોધો:  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n + 1} - n)$  0૪

(૨) કિંમતા શોધો:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} - 2^{3x}}{x}$  03

(b) Do as directed:

(1) Find the derivative of  $\sqrt{x}$  using definition. 04

(2) Evaluate:  $\int \sec^2 x \operatorname{cosec}^2 x dx$ . 03

(બ) માગ્યા મુજબ કરો:

(૧) વ્યાખ્યાની મદદથી  $\sqrt{x}$  નું વિકલિત મળવો. 0૪

(૨) કિંમતા શોધો:  $\int \sec^2 x \operatorname{cosec}^2 x dx$  03

**Q.4** (a) Do as directed:

(1) If  $x + y = \sin(xy)$  then find  $\frac{dy}{dx}$ . 04

(2) If  $y = \log \sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$  then find  $\frac{dy}{dx}$ . 03

**પ્રશ્ન. ૪** (અ) માગ્યા મુજબ કરો:

(૧) જો  $x + y = \sin(xy)$  તો  $\frac{dy}{dx}$  મેળવો. 0૪

(૨) જો  $y = \log \sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$  તો  $\frac{dy}{dx}$  મેળવો. 03

(b) Do as directed:

(1) Find the maximum and minimum values of  $f(x) = x^3 - x^2 - x$ . 04

(2) If  $y = e^x \sin x$  then prove that  $\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + 2y = 0$ . 03

(બ) માગ્યા મુજબ કરો:

(૧)  $f(x) = x^3 - x^2 - x$  નાં મહત્તમ અને ન્યુનતમ મુલ્યો મેળવો. 0૪

(૨) જો  $y = e^x \sin x$  તો સાબિત કરો કે  $\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + 2y = 0$  03

OR

**Q.4** (a) Do as directed:

(1) If  $x = a(\theta + \sin \theta)$  and  $y = a(1 + \cos \theta)$  then find  $\frac{dy}{dx}$  04

(2) If  $x^y = e^{x-y}$  then prove that  $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2}$  03

**પ્રશ્ન. ૪** (અ) માગ્યા મુજબ કરો:

- (૧) જો  $x = a(\theta + \sin \theta)$  અને  $y = a(1 + \cos \theta)$  તો  $\frac{dy}{dx}$  મેળવો. 0૪
- (૨) જો  $x^y = e^{x-y}$  તો સાબિત કરો કે  $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2}$  0૩
- (b) Do as directed:
- (1) The equation of motion of a particle is  $s = t^3 - 6t^2 + 9t$ . Find velocity and acceleration at  $t = 3$  sec. 04
- (2) If  $y = \sin^{-1} x$  then prove that  $(1 - x^2)y_2 - xy_1 = 0$  03
- (બ) માગ્યા મુજબ કરો:
- (૧) એક કણની ગતિનું સમીકરણ  $s = t^3 - 6t^2 + 9t$  છે. તો  $t = 3$  સેકન્ડે વેગ અને પ્રવેગ શોધો. 0૪
- (૨) જો  $y = \sin^{-1} x$  તો સાબિત કરો કે  $(1 - x^2)y_2 - xy_1 = 0$  03
- Q.5** (a) Do as directed:
- (1) Evaluate:  $\int x^2 \log x dx$  04
- (2) Evaluate:  $\int \frac{x+3}{(x-1)(x-2)} dx$  03
- પ્રશ્ન. ૫** (અ) માગ્યા મુજબ કરો:
- (૧) કિંમત શોધો:  $\int x^2 \log x dx$  0૪
- (૨) કિંમત શોધો:  $\int \frac{x+3}{(x-1)(x-2)} dx$  03
- (b) Do as directed:
- (1) Evaluate:  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$  04
- (2) Find the area bounded by the curves  $y = x^2$  and  $y = x + 2$ . 03

માગ્યા મુજબ કરો:

(બ)

(૧) કિંમતા શોધો:  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$  0૪

(૨) વક્ર  $y = x^2$  અને  $y = x + 2$  વડે ઘેરાયેલા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો. 0૩

OR

Q.5 (a) Do as directed:

(1) Evaluate:  $\int \frac{\sin(\log x)}{x} dx$  04

(2) Evaluate:  $\int \frac{(1+x)e^x}{\sin^2(xe^x)} dx$  03

પ્રશ્ન. ૫ (અ) માગ્યા મુજબ કરો:

(૧) કિંમતા શોધો:  $\int \frac{\sin(\log x)}{x} dx$  0૪

(૨) કિંમતા શોધો:  $\int \frac{(1+x)e^x}{\sin^2(xe^x)} dx$  03

(b) Do as directed:

(1) Evaluate:  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 (1-x)^{\frac{3}{2}} dx$  04

(2) Find the area bounded by the curves  $y^2 = 4x$  and  $x = 2$ . 03

(બ) માગ્યા મુજબ કરો:

(૧) કિંમતા શોધો:  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 (1-x)^{\frac{3}{2}} dx$  0૪

(૨) વક્ર  $y^2 = 4x$  અને  $x = 2$  વડે ઘેરાયેલા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો. 03

\*\*\*\*\*