

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER-II • EXAMINATION – SUMMER -2015

Subject Code: 3320003**Date: 30 /05 /2015****Subject Name: Advanced Mathematics (Group-2)****Time: 10:30 am to 1:00 pm****Total Marks: 70****Instructions:**

1. Attempt ALL questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible. (Scientific/Higher Version not allowed)
5. English version is authentic.

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. **14**

1 If P is the mid point of a line segment AB for the points A (-2,-1) and B (4,3) then P = _____

- (a) (1,1) (b) (2,1) (c) (1,2) (d) (0,0)

2 If A (7,-5) and B (3,-2) then AB = _____

- (a) -5 (b) 5 (c) 1 (d) 7

3 Slope of the line passing through the points (8,5) and (1,-2) is _____

- (a) -7 (b) 7 (c) 1 (d) -1

4 Centre of the circle $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ is _____

- (a) (1,2) (b) (1,-2) (c) (-1,-2) (d) (-1,2)

5 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} =$ _____

- (a) -12 (b) 0 (c) 8 (d) 12

6 If $f(x) = x^3 - 3$ then $f(2) =$ _____

- (a) -11 (b) 5 (c) 0 (d) -3

7 If $f(x) = \log x$ then $f(x) - f(y) =$ _____

- (a) $f(x + y)$ (b) $f(x - y)$ (c) $f(x \cdot y)$ (d) $f\left(\frac{x}{y}\right)$

8 $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} =$ _____

- (a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) ∞

- 9 $\frac{d}{dx}(\tan x) = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) $\sec^2 x$ (b) $-\sec^2 x$ (c) $\sec x \cdot \tan x$ (d) $-\sec x \cdot \tan x$
- 10 $\frac{d}{dx}(\tan^2 x - \sec^2 x) = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) none of these
- 11 $\int x^7 dx = \underline{\hspace{2cm}} + c$
 (a) $\frac{x^8}{8}$ (b) $\frac{x^6}{6}$ (c) $7x^6$ (d) $7 \log x$
- 12 $\int_{-1}^1 x^3 dx = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) $\frac{1}{4}$
- 13 The median value of first five prime numbers is = $\underline{\hspace{2cm}}$
 (a) 5.6 (b) 7 (c) 0 (d) 5
- 14 The mode value of first seven odd numbers is = $\underline{\hspace{2cm}}$
 (a) 0 (b) 5 (c) 7 (d) 6

Q.2 (a) Attempt any two **06**

1. If A(7,-1), B(9,3) and C(1,-1) then prove that P(4,3) is circum centre of ΔABC
2. For what value of k the lines $7x + y = 1$ and $3x - ky = -2$ are perpendicular to each other.
3. If $f(x) = \log\left(\frac{x-1}{x}\right)$ then prove that $f(x) + f(-x) = f(x^2)$.

(b) Attempt any two **08**

1. Find the equation of a circle passing through the points (4,0), (0,4) and (0,0).
2. Find the equation of perpendicular bisector of the line segment joining the points A(4,5) and B(-2,0).
3. Evaluate: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{2a-x} - \sqrt{x}}{a-x}$

Q.3 (a) Attempt any two **06**

1. Evaluate: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{n^3}$

2. Evaluate: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 + 5x^2 + 4x + 1}{3x^3 + 5x^2 + x - 1}$
3. Evaluate: (i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\tan 5x}$ (ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{4x}$

(b) Attempt any two

08

1. Calculate the standard deviation using the following data :

10, 15, 17, 19, 19, 21, 23, 25, 26, 30

2. Find the mode of frequency distribution of marks of 100 students for biology subject for the given data below:

Marks obtained	10-25	25-40	40-55	55-70	70-85	85-100
No of students	20	15	27	13	15	10

3. Find the mean and median for the following data:

x_i	92	93	97	98	102	104
f_i	3	2	2	3	6	4

Q.4 (a) Attempt any two

06

1. If $x = \frac{1}{2} \left(t - \frac{1}{t}\right)$, $y = \frac{1}{2} \left(t + \frac{1}{t}\right)$ then find $\frac{dy}{dx}$.
2. Find velocity (v) and acceleration (a) at $t = 2$ for the equation of motion $s = t^3 - 6t^2 + 9t + 6$.
3. If $y = A \cos pt + B \sin pt$ then prove that $y'' + p^2 y = 0$.

(b) Attempt any two

08

1. Differentiate $y = \sin x$ using the definition.
2. If $y = x^{\sin x}$ then find y' .
3. Find the maximum and minimum value of $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x + 7$.

Q.5 (a) Attempt any two

06

1. Evaluate: $\int \frac{2x + 3}{(x - 1)(x - 2)} dx$

2. Evaluate: $\int_{-1}^1 \frac{x^3 - 8}{x - 2} dx$

3. Evaluate: $\int \sin 5x \cdot \sin 3x dx$

(b) Attempt any two

08

1. Evaluate: $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$

2. Find the area bounded by the curve $y = x^2$ and $y = x + 2$.

3. Evaluate: $\int e^x x^2 dx$

ગુજરાતી

પ્રશ્ન 1

યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો.

14

1 જો P એ રેખાખંડ AB નું મધ્યબિંદુ હોય તથા બિંદુ A (-2,-1) અને B (4,3) હોય તો P = _____ થાય.

(a) (1,1) (b) (2,1) (c) (1,2) (d) (0,0)

2 જો A (7,-5) અને B (3,-2) હોય તો AB = _____

(a) -5 (b) 5 (c) 1 (d) 7

3 બિંદુઓ (8,5) અને (1,-2) માંથી પસાર થતી રેખા નો ઢાળ _____ થાય.

(a) -7 (b) 7 (c) 1 (d) -1

4 વર્તુળ $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ નું કેન્દ્ર _____ થાય.

(a) (1,2) (b) (1,-2) (c) (-1,-2) (d) (-1,2)

5 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) -12 (b) 0 (c) 8 (d) 12

6 જો $f(x) = x^3 - 3$ હોય તો $f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) -11 (b) 5 (c) 0 (d) -3

7 જો $f(x) = \log x$ હોય તો $f(x) - f(y) =$ _____

(a) $f(x + y)$ (b) $f(x - y)$ (c) $f(x \cdot y)$ (d) $f\left(\frac{x}{y}\right)$

8 $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} =$ _____

(a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) ∞

9 $\frac{d}{dx}(\tan x) =$ _____

(a) $\sec^2 x$ (b) $-\sec^2 x$ (c) $\sec x \cdot \tan x$ (d) $-\sec x \cdot \tan x$

10 $\frac{d}{dx}(\tan^2 x - \sec^2 x) =$ _____

(a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) none of these

11 $\int x^7 dx =$ _____ + c

(a) $\frac{x^8}{8}$ (b) $\frac{x^6}{6}$ (c) $7x^6$ (d) $7 \log x$

12 $\int_{-1}^1 x^3 dx =$ _____

(a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) $\frac{1}{4}$

13 પ્રથમ પાંચ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ નો મધ્યસ્થ = _____

(a) 5.6 (b) 7 (c) 0 (d) 5

14 પ્રથમ સાત અયુગ્મ સંખ્યાઓ નો બહુલક = _____

(a) 0 (b) 5 (c) 7 (d) 6

પ્રશ્ન 2 (a) કોઈપણ બે ગણો.

06

1. ΔABC ના શિરોબિંદુઓ $A(7, -1)$, $B(9, 3)$ અને $C(1, -1)$ માટે સાબિત કરો કે $P(4, 3)$ પરિકેન્દ્ર છે.

2. K ની કઈ કિંમત માટે રેખાઓ $7x + y = 1$ અને $3x - ky = -2$ પરસ્પર લંબ થશે?

3. જો $f(x) = \log\left(\frac{x-1}{x}\right)$ હોય તો સાબિત કરો કે $f(x) + f(-x) = f(x^2)$.

(b) કોઈપણ બે ગણો.

08

1. બિંદુઓ (4,0), (0,4) અને (0,0) માંથી પસાર થતા વર્તુળ નું સમીકરણ મેળવો.
2. બિંદુઓ A(4,5) અને B(-2,0) ને જોડતા રેખાખંડના લંબદ્વિભાજક નું સમીકરણ શોધો.
3. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{2a-x} - \sqrt{x}}{a-x}$ મેળવો.

પ્રશ્ન 3 (a) કોઈપણ બે ગણો.

06

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{n^3}$ મેળવો.
2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 + 5x^2 + 4x + 1}{3x^3 + 5x^2 + x - 1}$ મેળવો.
3. (i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\tan 5x}$ (ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{4x}$ મેળવો.

(b) કોઈપણ બે ગણો.

08

1. નીચે આપેલી માહિતી માટે પ્રમાણિત વિચલન શોધો:

10, 15, 17, 19, 19, 21, 23, 25, 26, 30

2. જીવવિજ્ઞાન વિષયમાં 100 વિદ્યાર્થીઓના ગુણના નીચે મુજબના આવૃત્તિ વિતરણ માટે બહુલક શોધો:

Marks obtained	10-25	25-40	40-55	55-70	70-85	85-100
No of students	20	15	27	13	15	10

3. નીચે આપેલી માહિતી માટે મધ્યક અને મધ્યસ્થ શોધો:

x_i	92	93	97	98	102	104
f_i	3	2	2	3	6	4

પ્રશ્ન 4 (a) કોઈપણ બે ગણો.

06

1. જો $x = \frac{1}{2}\left(t - \frac{1}{t}\right)$, $y = \frac{1}{2}\left(t + \frac{1}{t}\right)$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

2. ગતિસૂત્ર $s = t^3 - 6t^2 + 9t + 6$ હોય તો વેગ (v) અને પ્રવેગ (a), $t = 2$ આગળ શોધો.
3. જો $y = A \cos pt + B \sin pt$ હોય તો સાબિત કરો કે $y'' + p^2 y = 0$.

(b) કોઈપણ બે ગણો.

08

1. $y = \sin x$ નું વ્યાખ્યાની મદદથી વિકલન શોધો.
2. જો $y = x^{\sin x}$ હોય તો y' શોધો.
3. $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x + 7$ માટે મહત્તમ અને ન્યુનતમ કિંમત શોધો.

પ્રશ્ન 5 (a) કોઈપણ બે ગણો.

06

1. $\int \frac{2x + 3}{(x - 1)(x - 2)} dx$ મેળવો.
2. $\int_{-1}^1 \frac{x^3 - 8}{x - 2} dx$ મેળવો.
3. $\int \sin 5x \cdot \sin 3x dx$ મેળવો.

(b) કોઈપણ બે ગણો.

08

1. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$ મેળવો.
2. વક્રો $y = x^2$ અને $y = x + 2$ વચ્ચે ઘેરાયેલા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો..
3. $\int e^{x^2} dx$ મેળવો.