

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER-I/II • EXAMINATION – SUMMER - 2017

Subject Code: 3316302

Date: 05 -06 -2017

Subject Name: Applied Mathematics

Time: 02:30 AM TO 05:00 PM

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt ALL questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible. (Scientific/Higher Version not allowed)
5. English version is authentic.

Q.1

Fill in the blanks using appropriate choice from the given options.

14

1 Value of $\log_a \frac{1}{a} =$ _____

- a. 0 b. 1 c. -1 d. 2

૧ $\log_a \frac{1}{a}$ ની કિંમત = _____

- અ. 0 બ. 1 ક. -1 ડ. 2

2 $\log_b a \times \log_a b =$ _____

- a.
- $\log ab$
- b.
- $\log 1$
- c. 1 d.
- $\log \left(\frac{a}{b}\right)$

૨ $\log_b a \times \log_a b =$ _____

- અ.
- $\log ab$
- બ.
- $\log 1$
- ક. 1 ડ.
- $\log \left(\frac{a}{b}\right)$

3 $\log_{15} 1 =$ _____

- a. 1 b. 0 c. 15 d. Not defined

૩ $\log_{15} 1 =$ _____

- અ. 1 બ. 0 ક. 15 ડ. અવ્યાખ્યાયિત

4 If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ then $A^T =$ _____

- a.
- $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$
- b.
- $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$
- c.
- $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$
- d.
- $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$

૪ જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ હોય તો $A^T =$ _____

અ. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ બ. $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ક. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$ ડ. $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$

5 The conjugate of $7-2i$ is _____

- a. $-7+2i$ b. $7+2i$ c. $-7-2i$ d. $7-2i$

૫ $7-2i$ ની અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યા = _____

- અ. $-7+2i$ બ. $7+2i$ ક. $-7-2i$ ડ. $7-2i$

6 If $Z = -3+4i$ then $|Z| =$ _____

- a. -25 b. 5 c. 25 d. -5

૬ જો $Z = -3+4i$ હોય તો $|Z| =$ _____

- અ. -25 બ. 5 ક. 25 ડ. -5

7 Period of $\sin\left(\frac{x}{2}\right)$ is _____

- a. π b. 2π c. 3π d. 4π

૭ $\sin\left(\frac{x}{2}\right)$ નું આવર્તમાન = _____

- અ. π બ. 2π ક. 3π ડ. 4π

8 $\sin 120^\circ =$ _____

- a. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ b. $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ c. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ d. $\sqrt{3}$

૮ $\sin 120^\circ =$ _____

- અ. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ બ. $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ ક. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ડ. $\sqrt{3}$

9 $\sin 40^\circ + \sin 20^\circ =$ _____

- a. $\cos 10^\circ$ b. $-\cos 10^\circ$ c. $\cos 20^\circ$ d. $-\cos 20^\circ$

૯ $\sin 40^\circ + \sin 20^\circ =$ _____

- અ. $\cos 10^\circ$ બ. $-\cos 10^\circ$ ક. $\cos 20^\circ$ ડ. $-\cos 20^\circ$

10 $135^\circ =$ _____ radian

- a. $\frac{\pi}{4}$ b. $\frac{3\pi}{4}$ c. $\frac{5\pi}{4}$ d. $\frac{5\pi}{6}$

૧૦ $135^\circ =$ _____ રેડિયન

અ. $\frac{\pi}{4}$

બ. $\frac{3\pi}{4}$

ક. $\frac{5\pi}{4}$

ડ. $\frac{5\pi}{6}$

11 $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

a. $-\cos\theta$

b. $\cos\theta$

c. $\sin\theta$

d. $-\sin\theta$

૧૧ $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

અ. $-\cos\theta$

બ. $\cos\theta$

ક. $\sin\theta$

ડ. $-\sin\theta$

12 $\cos\frac{\pi}{2}\sin\frac{3\pi}{2}\sin\frac{5\pi}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$

a. 0

b. 2

c. 1

d. 4

૧૨ $\cos\frac{\pi}{2}\sin\frac{3\pi}{2}\sin\frac{5\pi}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$

અ. 0

બ. 2

ક. 1

ડ. 4

13 If $\vec{a} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)i + \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)j$ then $|\vec{a}| = \underline{\hspace{2cm}}$

a. 1

b. 0

c. -1

d. $\frac{3}{5}$

૧૩ જો $\vec{a} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)i + \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)j$ હોય તો $|\vec{a}| = \underline{\hspace{2cm}}$

અ. 1

બ. 0

ક. -1

ડ. $\frac{3}{5}$

14 If $\vec{x} = i + j - k$ and $\vec{y} = 2i - k + j$ then $\vec{x} \cdot \vec{y} = \underline{\hspace{2cm}}$

a. 0

b. 1

c. 2

d. 4

૧૪ જો $\vec{x} = i + j - k$ અને $\vec{y} = 2i - k + j$ તો $\vec{x} \cdot \vec{y} = \underline{\hspace{2cm}}$

અ. 0

બ. 1

ક. 2

ડ. 4

Q.2 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. Prove that: $\log_{10}800 = 2 + 3\log_{10}2$

૧. સાબિત કરો કે : $\log_{10}800 = 2 + 3\log_{10}2$

2. Solve the following $\log_2(\log_3(2x + 1)) = 1$

૨. ઉકેલો : $\log_2(\log_3(2x + 1)) = 1$

3. Expand $\left(x - \frac{1}{x}\right)^5$ using Binomial Theorem

3. બાયનોમીઅલ પ્રમેય નો ઉપયોગ કરી $(x - \frac{1}{x})^5$ નું વિસ્તરણ કરો

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. If $A \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ then prove that $(A+B)^T = A^T + B^T$

૧. જો $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ હોય તો સાબિત કરો કે $(A+B)^T = A^T + B^T$

2. Solve the equation using matrix method $2x-3y = -5$ and $3x+y = 9$

૨. મેટ્રિક્સ પદ્ધતિ થી સમીકરણ નો ઉકેલ મેળવો : $2x-3y = -5$ અને $3x+y = 9$

3. Solve using log table : $(53.83)^{\frac{1}{4}} \times (87.23)^{\frac{1}{2}}$

૩. ઉકેલો : $(53.83)^{\frac{1}{4}} \times (87.23)^{\frac{1}{2}}$

Q.3 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. Prove that: $\tan 25^\circ + \tan 20^\circ + \tan 20^\circ \cdot \tan 25^\circ = 1$

૧. સાબિત કરો કે : $\tan 25^\circ + \tan 20^\circ + \tan 20^\circ \cdot \tan 25^\circ = 1$

2. For triangle ABC $a = 4, b = 5, c = 7$ find Area of triangle ABC

૨. ત્રિકોણ ABC , $a = 4, b = 5, c = 7$ માટે ત્રિકોણ નું ક્ષેત્રફળ શોધો

3. Prove that: $\frac{\sin A + \sin 2A}{1 + \cos A + \cos 2A} = \tan A$

૩. સાબિત કરો : $\frac{\sin A + \sin 2A}{1 + \cos A + \cos 2A} = \tan A$

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. Prove that : $\frac{\cos \theta + \cos 3\theta + \cos 5\theta}{\sin \theta + \sin 3\theta + \sin 5\theta} = \cot 3\theta$

૧. સાબિત કરો : $\frac{\cos \theta + \cos 3\theta + \cos 5\theta}{\sin \theta + \sin 3\theta + \sin 5\theta} = \cot 3\theta$

2. Prove that : $\frac{\sin(\pi + \theta)}{\sin(2\pi - \theta)} + \frac{\tan(\frac{\pi}{2} + \theta)}{\cot(\pi - \theta)} + \frac{\cos(2\pi + \theta)}{\sin(\frac{\pi}{2} + \theta)} = 3$

૨. સાબિત કરો : $\frac{\sin(\pi + \theta)}{\sin(2\pi - \theta)} + \frac{\tan(\frac{\pi}{2} + \theta)}{\cot(\pi - \theta)} + \frac{\cos(2\pi + \theta)}{\sin(\frac{\pi}{2} + \theta)} = 3$

3. If $\alpha - \beta = \frac{\pi}{6}$ then prove that $2\sin \alpha - \cos \beta = \sqrt{3} \sin \beta$

૩. જો $\alpha - \beta = \frac{\pi}{6}$ હોય તો સાબિત કરો કે $2\sin \alpha - \cos \beta = \sqrt{3} \sin \beta$

Q.4 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. Find the square root of $z = -2 + 2\sqrt{3}$

૧. $z = -2 + 2\sqrt{3}$ નું વર્ગમૂળ શોધો

2. If $\frac{(1-i)^2}{3+i} = x + iy$ then find $x - y$

૨. જો $\frac{(1-i)^2}{3+i} = x + iy$ હોય તો $x - y$ શોધો

3. For what value of p , vector $2i+3j-k$ and $pi - j + 3k$ are perpendicular to each other?

૩. p ની કઈ કિંમત માટે સદિશ $2i+3j-k$ અને $pi - j + 3k$ એક બીજા ને લંબ હોય ?

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. Prove that : $\frac{(\cos 11\theta + i \sin 11\theta)^2 (\cos \theta - i \sin \theta)^3}{(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)^{11} (\cos 3\theta + i \sin 3\theta)^1} = \cos 6\theta - i \sin 6\theta$

૧. સાબિત કરો : $\frac{(\cos 11\theta + i \sin 11\theta)^2 (\cos \theta - i \sin \theta)^3}{(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)^{11} (\cos 3\theta + i \sin 3\theta)^1} = \cos 6\theta - i \sin 6\theta$

2. Prove that the angle between two vectors $i+2j$ and $i + j + 3k$ is $\sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{46}{55}} \right)$

૨. સાબિત કરો કે સદિશ $i+2j$ અને $i + j + 3k$ વચ્ચે નો ખૂણો $\sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{46}{55}} \right)$ છે.

3. The constant forces $(1, -1, 1)$, $(1, 1, -3)$ and $(4, 5, -6)$ act on a particle under the action of constant forces, particle moves from point $(3, -2, 1)$ to the point $(1, 3, -4)$ then find the total work done

૩. અચળ બળો $(1, -1, 1)$, $(1, 1, -3)$ અને $(4, 5, -6)$ કણ પર લાગે છે જેની અસર હેઠળ કણ બિંદુ $(3, -2, 1)$ થી $(1, 3, -4)$ ખસે છે તે દરમિયાન થતું કાર્ય શોધો.

Q.5 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. Solve for n , $({}_{n-1}P_3) / ({}_nP_4) = \frac{1}{9}$

૧. ઉકેલો : $({}_{n-1}P_3) / ({}_nP_4) = \frac{1}{9}$

2. Find the probability of getting 4 heads in 6 tosses of fair coin .using Binomial distribution

૨. એક સમતોલ સિક્કા ને 6 વાર ઉછાળતા દરેક વખતે 4 છાપ મળે તેની સંભાવના Binomial distribution થી શોધો
૩. Using Poission distribution , find the probability that the ace of spades will be drawn from a pack of well shuffled cards atleast once in 104 consecutive trials.
૩. સારી રીતે ચીપેલાં પત્તા માંથી સતત ૧૦૪ વાર ખેચેલા પત્તા માં ઓછામાં ઓછું એક વાર કાળી નો એક્કો નીકળે તેની સંભાવના Poission distribution નો ઉપયોગ કરી શોધો

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. Find the probability of throwing (a) 5 and (b) an even number with an ordinary six faced die
૧. એક સમતોલ 6 પાસા ને ઉછાળતા (a) 5 અને (b) યુગ્મ સંખ્યા મળે તેની સંભાવના શોધો.
2. Find the Karl Pearson's coefficient of correlation for the following data

x	1	2	3	4	5
y	2	5	3	8	7

૨. આપેલી માહિતી માટે Karl Pearson's સહસંબંધ ગુણાંક મેળવો

x	1	2	3	4	5
y	2	5	3	8	7

3. A student takes his examination in four subjects a,b,c,d. He estimates his chances of passing in a as $\frac{4}{5}$, b as $\frac{3}{4}$, in c as $\frac{5}{6}$ and in d as $\frac{2}{3}$. To qualify , he must pass in a and atleast two other subjects. What is the probability that he qualifies?
૩. એક વિદ્યાર્થી 4 વિષયો a ,b ,c ,d માં પરીક્ષા આપે છે, આ વિષય માં પાસ થવા માટે ના તેના અંદાજીત a માં $\frac{4}{5}$, b માં $\frac{3}{4}$, c માં $\frac{5}{6}$ અને d માં $\frac{2}{3}$ શક્યતા છે. ઉત્તીર્ણ થવા માટે તેને a અને બીજા ઓછામાં ઓછા 2 વિષયો માં પાસ થવું પડે. તો તેના ઉત્તીર્ણ થવાની સંભાવના કેટલી થશે ?
