Seat No.: ________ Enrolment No.______________

# GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

**DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER – I/II • EXAMINATION – SUMMER- 2017**

**Subject Code: 3320101** **Date: 05 - 06 -2017**

**Subject Name: Applied Mathematics-II**

**Time: 10:30 AM TO 01:00 PM** **Total Marks: 70**

**Instructions:**

1. **Attempt ALL questions.**
2. **Make Suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible.** (Scientific/Higher Version not allowed)
5. **English version is authentic.**

**Q.1** Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. **14**

(યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલીજગ્યા પુરો)

1 If z = -4 + 3i , then $|z|$ = ____________.

a. 7 b. 25 c. 5 d. -1

૧ જો z = -4 + 3i , હોય તો $|z|$ = ____________.

અ. 7 બ. 25 ક. 5 ડ. -1

2 $i^{2n} + i^{2n+1} + n^{2n+2} + n^{2n+3}$ = __________.

a. i b. -1 c. 1 d. 0

૨ $i^{2n} + i^{2n+1} + n^{2n+2} + n^{2n+3}$ = __________.

અ. i બ. -1 ક. 1 ડ. 0

3 The conjugate complex number of $\frac{2-i}{2+i}$ is ___________.

a. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ b. $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$ c. $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$ d. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

3 $\frac{2-i}{2+i}$ ની અનુબધ્ધ સંકરસંખ્યા __________ છે.

અ. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ બ. $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$ ક. $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$ ડ. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

**4** If $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ( $x \neq 1$) then , $\frac{f(a)}{f(a+1)}$ = __________.

a. $f(\frac{a}{a-1})$ b. $f(a^2)$ c. $2f(x)$ d. $f(\frac{2a}{1-a})$

**૪** જો વિધેય $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ( $x \neq 1$) હોય તો , $\frac{f(a)}{f(a+1)}$ = __________.

અ. $f(\frac{a}{a-1})$ બ. $f(a^2)$ ક. $2f(x)$ ડ. $f(\frac{2a}{1-a})$

**5** $\lim_{x \to 0} \frac{2^{3x} - 3^{2x}}{x}$ = ________________.

a. $\frac{8}{9}$ b. $\log_e(\frac{9}{8})$ c. $\log_e(\frac{8}{9})$ d. 1

**પ** $\lim_{x \to 0} \frac{2^{3x} - 3^{2x}}{x}$ = ________________.

અ. $\frac{8}{9}$ બ. $\log_e(\frac{9}{8})$ ક. $\log_e(\frac{8}{9})$ ડ. 1

**6** $\frac{d}{dx}(\sin^{-1}x + \cos^{-1}x)$ = _______________.

a. $\frac{1}{1-x^2}$ b. $\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$ c. $\frac{-2}{\sqrt{1-x^2}}$ d. 0

**૬** $\frac{d}{dx}(\sin^{-1}x + \cos^{-1}x)$ = _______________.

અ. $\frac{1}{1-x^2}$ બ. $\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$ ક. $\frac{-2}{\sqrt{1-x^2}}$ ડ. 0

**7** $\frac{d}{dx}(e^{-\log x^2})$ = ______________.

a. $\frac{-1}{x}$ b. $\frac{-2}{x^2}$ c. $\frac{1}{x^2}$ d. $\frac{2}{x^2}$

**૭** $\frac{d}{dx}(e^{-\log x^2})$ = ______________.

અ. $\frac{-1}{x}$ બ. $\frac{-2}{x^2}$ ક. $\frac{1}{x^2}$ ડ. $\frac{2}{x^2}$

**8** If $x = at^2$ and $y = 2at$ then , $y_1$ = ______________.

a. t b. at c. $\frac{1}{t}$ d. $\frac{a}{t}$

૮ જો $x = at^2$ અને $y = 2at$ હોય તો $y_1$ = ____________.

અ. t　　બ. at　　ક. $\frac{1}{t}$　　ડ. $\frac{a}{t}$

**9** $If\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{3}$ then $\frac{dy}{dx}$ = __________.

a. $\sqrt{\frac{x}{y}}$　　b. $-\sqrt{\frac{y}{x}}$　　c. $-\sqrt{\frac{x}{y}}$　　d. $\sqrt{\frac{y}{x}}$

૯ $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{3}$ હોય તો $\frac{dy}{dx}$ = __________

અ. $\sqrt{\frac{x}{y}}$　　બ. $-\sqrt{\frac{y}{x}}$　　ક. $-\sqrt{\frac{x}{y}}$　　ડ. $\sqrt{\frac{y}{x}}$

**10** $\int e^{5x}$ dx = ____________.

a. $5e^{4x}$　　b. $\frac{e^{5x}}{5}$　　c. $\frac{e^{4x}}{4}$　　d. $e^{5x}$

૧૦ $\int e^{5x}$ dx = ____________.

અ. $5e^{4x}$　　બ. $\frac{e^{5x}}{5}$　　ક. $\frac{e^{4x}}{4}$　　ડ. $e^{5x}$

**11** $\int \frac{dx}{x^2 - 25} dx$ = ______________.

a. $\frac{1}{10} log \left|\frac{x-5}{x+5}\right|$　　b. $\frac{1}{10} log \left|\frac{5+x}{5-x}\right|$　　c. $\frac{1}{2} log \left|\frac{x-5}{x+5}\right|$　　d. $\frac{1}{2} log \left|\frac{5+x}{5-x}\right|$

૧૧ $\int \frac{dx}{x^2 - 25} dx$ = ______________.

અ. $\frac{1}{10} log \left|\frac{x-5}{x+5}\right|$　　બ. $\frac{1}{10} log \left|\frac{5+x}{5-x}\right|$　　ક. $\frac{1}{2} log \left|\frac{x-5}{x+5}\right|$　　ડ. $\frac{1}{2} log \left|\frac{5+x}{5-x}\right|$

**12** $\int_0^e logx$ dx = _________.

a. 1　　b. 0　　c. e　　d. e – 1

૧૨ $\int_0^e logx$ dx = _________.

અ. 1　　બ. 0　　ક. e　　ડ. e – 1

**13** The degree of the differential equation $\sqrt[3]{\frac{d^2y}{dx^2}} = \sqrt{\frac{dy}{dx}}$ is __________.

a. 1    b. 2    c. 3    d. 6

૧૩ વિકલ સમિકરણ $\sqrt[3]{\frac{d^2y}{dx^2}} = \sqrt{\frac{dy}{dx}}$ નું પરિમાણ _________ છે.

અ. 1    બ. 2    ક. 3    ડ. 6

**14** The integrating factor for the differential equation $\frac{dy}{dx}$ - 2y = cosx is _________.

a. 2x    b. -2x    c. $e^{-2x}$    d. $e^{2x}$

૧૪ વિકલ સમિકરણ $\frac{dy}{dx}$ - 2y = cosx નો સંકલ્યકારક અવયવ _________ છે.

અ. 2x    બ. -2x    ક. $e^{2x}$    ડ. $e^{-2x}$

**Q.2** **(a)** Attempt any two કોઇપ-ણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. $\lim_{x \to \infty} \left( \sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 + 1} \right)$ : ealuate .

૧. $\lim_{x \to \infty} \left( \sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 + 1} \right)$ : મેળવો.

2. Evaluate : $\lim_{x \to 0} \left( 1 + \frac{2x}{5} \right)^{\frac{7}{x}}$

૨. મેળવો : $\lim_{x \to 0} \left( 1 + \frac{2x}{5} \right)^{\frac{7}{x}}$

3. $\lim_{\theta \to 0} \frac{\tan\theta - \sin\theta}{\theta^3}$ evaluate it

3. $\lim_{\theta \to 0} \frac{\tan\theta - \sin\theta}{\theta^3}$ :મેળવો.

**(b)** Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. If f(x) = log $\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ then prove that , f$\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ = 2f(x)

૧. જો f(x) = log $\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ હોય તો સાબિત કરો કે , f$\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ = 2f(x)

2. Evaluate it : $\lim_{x \to 2} \frac{x^3 - x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x + 6}$ .

૨. મેળવો : $\lim_{x \to 2} \frac{x^3 - x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x + 6}$.

3. $\lim_{n \to \infty} \frac{n(1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2)}{(1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3)}$ : evaluate it.

3. $\lim_{n \to \infty} \frac{n(1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2)}{(1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3)}$ : મેળવો.

**Q.3** **(a)** Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. Find derivative of $2x^2 - 3x$ by first principal of derivative.

૧. $2x^2 - 3x$ નું વિકલન ના પ્રથમ સિધ્ધાંતથી શોધો.

2. Obtain $\frac{dy}{dx}$ for $y = \log\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$.

૨. $y = \log\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$ માટે $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

3. If $y = \sin(x + y)$ then find $\frac{dy}{dx}$.

$y = \sin(x + y)$ માટે $\frac{dy}{dx}$ મેળવો..

**(b)** Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. The area A of a circle of diameter d is given for the following table,then calculate the area of the circle by Newton`s forward interpolation formula when its diameter d is 82.

| X | 80 | 85 | 90 | 95 | 100 |
|---|---|---|---|---|---|
| y | 5026 | 5674 | 6362 | 7088 | 7854 |

૧. કોઇ વર્તુળનું શ્રેત્રફળ A તથા તેનો વ્યાસ d નીચેના ટેબલ દ્વારાદર્શાવેલ છે, તો ન્યુટન ના ફોરવર્ડ ઇન્ટર્પોલેશન ના સુત્રની મદદથી જ્યારે વ્યાસ 82 હોય ત્યારે શ્રેત્રફળ શોધો.

| X | 80 | 85 | 90 | 95 | 100 |
|---|---|---|---|---|---|
| y | 5026 | 5674 | 6362 | 7088 | 7854 |

2. If $y = A\cos pt + B\sin pt$ ,prove that $\frac{d^2y}{dt^2} + p^2 y = 0$.

૨. જો y = A cospt + B sinpt , હોય તો સાબિતકરો કે , $\frac{d^2y}{dt^2} + p^2 y = 0$.

3. The equation of the motion of a particle is $t^3 + 2t^2 - 3t + 5 = 0$ Find the velocity and acceleration of the particle at t = 1 and t = 2 seconds.

૩. એક કણ ની ગતિ નું સમિકરણ $t^3 + 2t^2 - 3t + 5 = 0$ છે, તો t = 1 અને t = 2 સેકંડ પર વેગ અને પ્રવેગ ના મુલ્યો શોધો.

**Q.4** **(a)** Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. $\int \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin^2 x . \cos^2 x}$ dx : evaluate it.

૧. $\int \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin^2 x . \cos^2 x}$ dx : મેળવો.

2. $\int x^2 \log x$ dx : evaluate it.

૨. $\int x^2 \log x$ dx : મેળવો.

3. $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}}$ dx : evaluate it.

$\int \frac{1}{e^x + e^{-x}}$ dx :મેળવો.

**(b)** Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[3]{sinx}}{\sqrt[3]{sinx} + \sqrt[3]{cosx}}$ : evaluate it.

૧. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[3]{sinx}}{\sqrt[3]{sinx} + \sqrt[3]{cosx}}$ : મેળવો.

2. Find the area bounded by the curve $y = x^2 + x + 1$ ,x- axis and x = 1 ,x = 2.

૨. વક્ર $y = x^2 + x + 1$ તથા ,x- અક્ષ , x = 1 ,x = 2 દ્વારા ઘેરાયેલા પ્રદેશ નું શ્રેત્રફળ શોધો

3. Using Lagrange`s interpolation formula ,find the value of y-corresponding to x = 10 , from the following table.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| X | 5 | 6 | 9 | 11 |
| Y | 12 | 13 | 14 | 16 |

3. લંગ્રાજે ના ઇન્ટર્પોલેશન સુત્ર નો ઉપયોગ કરીને $x = 10$ પર y નું મુલ્ય શોધો. .

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| X | 5 | 6 | 9 | 11 |
| Y | 12 | 13 | 14 | 16 |

**Q.5** **(a)** Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. Find the square root of the complex number : $4 - 4\sqrt{3}$ .

૧. સંકર સંખ્યા $4 - 4\sqrt{3}$ નું વર્ગમુળ શોધો.

2. Prove that $\left(\frac{\cos\theta + i\sin\theta}{\sin\theta + i\cos\theta}\right)^4 = \cos 8\theta + i\sin 8\theta$.

૨. સાબિત કરો કે : $\left(\frac{\cos\theta + i\sin\theta}{\sin\theta + i\cos\theta}\right)^4 = \cos 8\theta + i\sin 8\theta$.

3. Solve the equation : $x(1 + y^2)dx - y(1 + x^2)dy = 0$.

3. વિકલ સમિકરણ $x(1 + y^2)dx - y(1 + x^2)dy = 0$ નો ઉકેલ શોધો.

**(b)** Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. If $z_1 = 2 - 3i$ and $z_2 = -3 + I$ then find $z_1 + z_2$ , $z_1 - z_2$ , $z_1.z_2$ and also $z_1/z_2$.

૧. જો $z_1 = 2 - 3i$ અને $z_2 = -3 + I$ હોય તો , $z_1 + z_2$ , $z_1 - z_2$ , $z_1.z_2$ તથા $z_1/z_2$ શોધો.

2.Solve the given differential equation: $x\frac{dy}{dx} + 2y = logx$ .

૨. વિકલ સમિકરણ $x\frac{dy}{dx} + 2y = logx$ ઉકેલો.

3. By using Newton`s backward interpolation formula , find y at $x = 0.5$.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Y | 1 | 0 | 5 | 22 | 57 |

3. ન્યુટન ના બેક્વર્ડ ઇન્ટર્પોલેશન ના સુત્ર ની મદદ થી $x = 0.5$ પર y શોધો..

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Y | 1 | 0 | 5 | 22 | 57 |

*******************