Seat No.: ________ Enrolment No.___________

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering - SEMESTER–I • EXAMINATION – SUMMER • 2014

Subject Code: 3300001 **Date: 11-06-2014**

Subject Name: Basic Mathematics

Time: 02:30 pm - 05:00 pm **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt ALL questions.**
2. **Make Suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible.** (Scientific/Higher Version not allowed)
5. **English version is authentic.**

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. 14

1. If $\log\frac{a}{b} + \log\frac{b}{a} = \log(a+b)$ then , __________

   (a) $a-b=1$ (b) $a+b=1$ (c) $a=b$ (d) $a^2-b^2=1$

2. $\log\tan\theta + \log\cot\theta =$ _______

   (a) 1 (b) 0 (c) $\log\sin\theta$ (d) $\log\cos\theta$

3. If $\log_7 x = 1$ then $x=$ _______

   (a) 1 (b) 0 (c) 7 (d) -7

4. $\begin{vmatrix} 1 & \log_y x \\ \log_x y & 1 \end{vmatrix} =$ _____

   (a) 1 (b) 0 (c) $1-\log_{xy} xy$ (d) none of these

5. If $A = \begin{bmatrix} -7 & 6 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$, then $AI =$ ______

   (a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} -7 & 6 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -2 & -6 \\ -5 & -7 \end{bmatrix}$

6. If $A = \begin{bmatrix} -8 & 4 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$ then $A^{-1} =$ _________

   (a) $\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 6 & -8 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{8} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ (d) does not exist

7. If $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ then $A^T =$ ___________

   (a) $\begin{bmatrix} -1 & 3 & -4 \\ 2 & -1 & -2 \end{bmatrix}$ (b) A (c) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$

8. $\frac{4\pi}{9}$ radian = ___________degree

   (a) 40 ° (b) 80 ° (c) 20 ° (d) 10 °

9. Principal period of $\cos\left(\frac{2x}{3}+5\right) =$ _________

   (a) $\frac{2\pi}{3}$ (b) 2π (c) $\frac{3\pi}{2}$ (d) 3π

10. $\sin\frac{\pi}{8} + \sin\frac{9\pi}{8} =$ ____________

(a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (c) 0 (d) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

11. $\sin 40^\circ + \sin 20^\circ =$ ______

(a) $\cos 10^\circ$ (b) $-\cos 10^\circ$ (c) $\cos 20^\circ$ (d) $-\cos 20^\circ$

12. The area of Rhombus whose diagonals are 30 cm and 15 cm is ____cm^2

(a) 450 (b) 225 (c) 900 (d) 500

13. The area of a circle made from 8 π cm long wire is ____cm^2

(a) 4π (b) 8π (c) 16π (d) 12π

14. The formula for the valume of a sphere is

(a) $2\pi r^2$ (b) $4\pi r^2$ (c) $\frac{4}{3}\pi r^3$ (d) $\frac{2}{3}\pi r^3$

Q.2 (a) Attempt any TWO 06

1. Prove that :

$$2\log\frac{6}{7} + \frac{1}{2}\log\frac{81}{16} - \log\frac{27}{196} = \log 12$$

2. Find Volume of Cylinder whose radius is 5 cm and height is 12 cm .

3. How many balls of 2 cm. radius can be made from cube of length 44 cm.

(b) Attempt any TWO 08

1. If $\log\left(\frac{a-b}{2}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$, then prove that $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 6$

2. If $\frac{\log x \times \log 16}{\log 32} = \log 256,$ then find the value of x

3. How much Paper required to prepare 20 cone shaped caps of radius 14 cm of base and height 48 cm.

Q.3 (a) Attempt any TWO 06

1. If $\begin{vmatrix} x-2 & 2 & 2 \\ -1 & x & -2 \\ 2 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 0$, find x

2. If $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ then prove that $(A+B)^T = A^T + B^T$

3. If $A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$, then prove that $\text{adj}A = A$

(b) Attempt any TWO 08

1. If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, then prove that $A^2 - 4A + 7I = 0$ and hence obtain A^{-1}

2. If $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 3 \\ 5 & -5 & 5 \end{bmatrix}$, then prove that $A^2 - A = 0$

3. Solve the following equation by matrix method,
$x + y + z = 3$, $x + 2y + z = 2$, $4x - y - z = 7$

Q.4 (a) Attempt any TWO 06

1. Prove that : $2\sin\left(A + \frac{\pi}{3}\right) = \sin A + \sqrt{3}\cos A$

2. Prove that : $\frac{\sin(-\theta).\ \tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right).\ \sin(\pi+\theta).\ \sec\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)}{\sin(2\pi-\theta).\ \cos\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right).\ \operatorname{cosec}(\pi-\theta).\ \cot(2\pi-\theta)}. = 1$

3. Prove that : $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$

(b) Attempt any TWO 08

1. Draw the graph of $y = \sin x$, $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$

2. Prove that : $\frac{\cos 3A + 2\cos 5A + \cos 7A}{\sin 3A + 2\sin 5A + \sin 7A} = \cot 5A$

3. Prove that : $\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \frac{1}{16}$

Q.5 (a) Attempt any TWO 06

1. if $\bar{a} = (3, -1, -4)$, $\bar{b} = (-2, 4, -3)$ and $\bar{c} = (-1, 2, -1)$
then find direction cosines of $3\bar{a} - 2\bar{b} + 4\bar{c}$.

2. If $\bar{a} = 2i - j$, $\bar{b} = i + 3j - 2k$ then find $\left|(\bar{a} + \bar{b}) \times (\bar{a} - \bar{b})\right|$

3. If $\bar{x} = (1, -2 - 3)$ and $\bar{y} = (2, p, 4)$ then for what value of p
$\bar{x}$ and $\bar{y}$ are perpendicular to each other.

(b) Attempt any TWO 08

1. Show that the angle between the vectors i+ 2j and i+j+3k is $\sin^{-1}\sqrt{\frac{46}{55}}$

2. A partical moves from a point $(0, 1, -2)$ to $(-1, 3, 2)$ under the action of forces $(1, 2, 3)$, $(-1, 2, 3)$ and $(-1, 2, -3)$ find the work done .

3. if $\bar{x} = 3i - j + 2k$ and $\bar{y} = 2i + j - k$ then find the unit vector perpendicular to both $\bar{x}$ and $\bar{y}$.

ગુજરાતી

Q.1 યોગ્ય વિકલ્પ પંસદ કરી ખાલીજગ્યા પુરો. 14

1. જો $\log\frac{a}{b} + \log\frac{b}{a} = \log(a+b)$ તો __________
   (a) $a - b = 1$ (b) $a + b = 1$ (c) $a = b$ (d) $a^2 - b^2 = 1$

2. $\log\tan\theta + \log\cot\theta =$ ________
   (a) 1 (b) 0 (c) $\log\sin\theta$ (d) $\log\cos\theta$

3. જો $\log_7 x = 1$ તો x=_________
   (a) 1 (b) 0 (c) 7 (d) -7

4. $\begin{vmatrix} 1 & \log_y x \\ \log_x y & 1 \end{vmatrix} =$ ______
   (a) 1 (b) 0 (c) $1 - \log_{xy} xy$ (d) none of these

5. જો $A = \begin{bmatrix} -7 & 6 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$, તો $AI =$ _______
   (a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} -7 & 6 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -2 & -6 \\ -5 & -7 \end{bmatrix}$

6. જો $A = \begin{bmatrix} -8 & 4 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$, તો $A^{-1} =$ __________
   (a) $\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 6 & -8 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{8} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ (d) અસ્તિત્વ નથી

7. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ તો $A^T =$ ____________
   (a) $\begin{bmatrix} -1 & 3 & -4 \\ 2 & -1 & -2 \end{bmatrix}$ (b) A (c) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$

8. $\frac{4\pi}{9}$ રેડીયન = ___________અંશ
   (b) 40 ° (b) 80 ° (c) 20 ° (d) 10 °

9. $\cos\left(\frac{2x}{3} + 5\right)$ નુ આવર્તમાન ____________છે .
   (a) $\frac{2\pi}{3}$ (b) 2π (c) $\frac{3\pi}{2}$ (d) 3π

10. $\sin\frac{\pi}{8} + \sin\frac{9\pi}{8} =$ _____________
    (a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ *(b)* $\frac{1}{\sqrt{2}}$ *(c)* *0* *(d)* $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

11. $\sin 40^\circ + \sin 20^\circ =$ ______
    (a) $\cos 10^\circ$ *(b)* $-\cos 10^\circ$ *(c)* $\cos 20^\circ$ *(d)* $-\cos 20^\circ$

12. એક સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણોના માપ જો 30 સે.મી. અને 15 સે.મી. છે તો તેનું ક્ષેત્રફળ ______ચો.સે.મી.થશે

(b) 450 (b) 225 (c) 900 (d) 500

13. 8π સે.મી.લાંબા વાયરમાંથી બનતા વર્તુળ નુ ક્ષેત્રફળ ______ચો.સે.મી.

(b) 4π (b) 8π (c) 16π (d) 12π

14. ગોલકનું ઘનફળ માટે નું સુત્ર

(a) $2\pi r^2$ (b) $4\pi r^2$ (c) $\frac{4}{3}\pi r^3$ (d) $\frac{2}{3}\pi r^3$

Q.2 **(અ)** ગમે તે બેના જવાબ આપો . 06

1. સાબિત કરો કે

$$2\log\frac{6}{7} + \frac{1}{2}\log\frac{81}{16} - \log\frac{27}{196} = \log 12$$

2. એક નળાકાર ની ત્રિજ્યા 5 સે.મી.અને ઉચાંઇ 12 સે.મી છે, તો તે નળાકાર નો ઘનફળ શોધો.

3. 44 સે.મી લંબાઇવાળા ઘનમાંથી, 2સે.મી ત્રિજ્યા ધરાવતા કેટલા ગોળા બનાવી શકાય?

(બ) ગમે તે બેના જવાબ આપો 08

1. જો $\log\left(\frac{a-b}{2}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$, તો સાબિત કરો કે $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 6$

2. જો $\frac{\log x \times \log 16}{\log 32} = \log 256$, તો x ની કીમત શોધો.

3. શંકુના આકારની ટોપીની આધાર ત્રિજ્યા 14 સે.મી અને ઉંચાંઇ 48 સે.મી છે,તો એવી 20 ટોપી બનાવવા માટે જોઇતા કાગળ નું ક્ષેત્રફળ શોધો .

Q.3 **(અ)** ગમે તે બેના જવાબ આપો 06

1. જો $\begin{vmatrix} x-2 & 2 & 2 \\ -1 & x & -2 \\ 2 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 0$, તો x ની કીમંત શોધો .

2. જો $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ તો સાબિત કરો કે $(A+B)^T = A^T + B^T$

3. જો $A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$, તો સાબિત કરો કે $\text{adj}A = A$

(બ) ગમે તે બેના જવાબ આપો 08

1. જો $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, તો સાબિત કરો કે $A^2 - 4A + 7I = 0$ *અને* તે પર થી A^{-1} *શોધો .*

2. જો $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 3 \\ 5 & -5 & 5 \end{bmatrix}$, તો સાબિત કરો કે $A^2 - A = 0$

3. *શ્રેણીકની રીતે નીચેના સમીકરણો ઉકેલો.*
$x + y + z = 3$, $x + 2y + z = 2$, $4x - y - z = 7$

Q.4 (અ) ગમે તે બેના જવાબ આપો 06

1. સાબિત કરો કે : $2\sin\left(A + \frac{\pi}{3}\right) = \sin A + \sqrt{3}\cos A$

2. સાબિત કરો કે : $\frac{\sin(-\theta).\ \tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right).\ \sin(\pi+\theta).\ \sec\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)}{\sin(2\pi-\theta).\ \cos\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right).\ \mathrm{cosec}(\pi-\theta).\ \cot(2\pi-\theta)} = 1$

3. સાબિત કરો કે :$\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$

(બ) ગમે તે બેના જવાબ આપો 08

1. $y = \sin x$ નો આલેખ દોરો, જ્યાં $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$

2. સાબિત કરો કે : $\frac{\cos 3A+2\cos 5A+\cos 7A}{\sin 3A+2\sin 5A+\sin 7A} = \cot 5A$

3. સાબિત કરો કે : $\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \frac{1}{16}$

Q.5 (અ) ગમે તે બેના જવાબ આપો 06

1. જો $\bar{a} = (3, -1, -4)$, $\bar{b} = (-2, 4, -3)$ અને $\bar{c} = (-1, 2, -1)$
હોય તો સદિશ $3\bar{a} - 2\bar{b} + 4\bar{c}$. ની દિક કોસાઇન મેળવો

2. જો $\bar{a} = 2i - j$, $\bar{b} = i + 3j - 2k$ તો $|(\bar{a} + \bar{b}) \times (\bar{a} - \bar{b})|$ *મેળવો.*

3. જો સદિશ $\bar{x} = (1, -2 - 3)$ અને $\bar{y} = (2, p, 4)$ *હોય તો* p *ની કઇ કીમંત માટે* $\bar{x}$ અને $\bar{y}$ પરસ્પર લંબ થશે.

(બ) ગમે તે બેના જવાબ આપો 08

1. સાબિત કરો કે સદિશો i+ 2j અને i+j+3k વચ્ચેનો ખુણો $\sin^{-1}\sqrt{\frac{46}{55}}$ છે.

2. બળો$(1, 2, 3), (-1, 2, 3)$ અને $(-1, 2, -3)$ એક કણ ઉપર કાર્ય કરે છે. પરિણામે કણ $(0, 1, -2)$ થી $(-1, 3, 2)$ સુધી સ્થાનાંતર થાય છે. તો બળો થી થયેલ કાર્ય શોધો .

3. જો $\bar{x} = 3i - j + 2k$ અને $\bar{y} = 2i + j - k$, *ને લંબ એકમ સદિશ મેળવો.*

****