

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER – I • EXAMINATION – WINTER 2016

Subject Code: 310034

Date: 05 -12 -2016

Subject Name: Mathematics-1

Time: 02:30 PM TO 05:00 PM

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Each question carry equal marks (14 marks)
5. Only simple calculator is allowed.

Q.1 Fill in the blanks : **14**

(1) $\log_{10} 0.01 = \dots\dots\dots$ (2) $\log 2 \cdot \log 3 \cdot \log 1 = \dots\dots\dots$

(3) If $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ then $adj(A) = \dots\dots\dots$ (4) $3\pi =$ degrees.

(5) $\cos^2 25 + \cos^2 65 = \dots\dots\dots$ (6) $|2\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}| = \dots\dots\dots$

(7) If $\bar{a} = 3\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}, \bar{b} = 4\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$ then $\bar{a} \cdot \bar{b} = \dots\dots\dots$

(8) $\sin(4\pi) + \cos(\pi) = \dots\dots\dots$ (9) The period of $\cos x = \dots\dots\dots$

(10) $\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = \dots\dots\dots$ (11) $\tan^{-1}(1) = \dots\dots\dots$

(12) For any square matrix A, $AA^{-1} = \dots\dots\dots$

(13) For a G.P., $\frac{G}{a} = \frac{b}{G}$ then $G = \dots\dots\dots$ (14) $\bar{a} \cdot (\bar{a} \times \bar{b}) = \dots\dots\dots$

પ્રશ્ન. ૧ ખાલી જગ્યાઓ પૂરો: **14**

(1) $\log_{10} 0.01 = \dots\dots\dots$ (2) $\log 2 \cdot \log 3 \cdot \log 1 = \dots\dots\dots$

(3) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ તો $adj(A) = \dots\dots\dots$ (4) $3\pi =$ અંશ .

(5) $\cos^2 25 + \cos^2 65 = \dots\dots\dots$ (6) $|2\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}| = \dots\dots\dots$

(7) જો $\bar{a} = 3\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}, \bar{b} = 4\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$ તો $\bar{a} \cdot \bar{b} = \dots\dots\dots$

(8) $\sin(4\pi) + \cos(\pi) = \dots\dots\dots$ (9) $\cos x$ નું આવર્તમાન = $\dots\dots\dots$

(10) $\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = \dots\dots\dots$ (11) $\tan^{-1}(1) = \dots\dots\dots$

(12) કોઈપણ ચોરસ શ્રેણિક A માટે , $AA^{-1} = \dots\dots\dots$

(13) કોઈપણ સ.ગુ.શ્રે.માટે $\frac{G}{a} = \frac{b}{G}$ તો $G = \dots\dots\dots$ (14) $\bar{a} \cdot (\bar{a} \times \bar{b}) = \dots\dots\dots$

Q.2 (a) Do as Directed: **03**

(i) Prove that $\log_b a^2 \cdot \log_c b^2 \cdot \log_a c^2 = 8$.

(ii) Find $2 + 4 + 8 + \dots\dots\dots + 1024$. **04**

- પ્રશ્ન. ૨ (અ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો: 03
 (i) સાબિત કરો કે $\log_b a^2 \cdot \log_c b^2 \cdot \log_a c^2 = 8$. 04
 (ii) મેળવો. $2+4+8+\dots+1024$

- (b) Do as Directed: 03
 (i) Find $1+11+111+1111+\dots$ upto n-terms. 03
 (ii) Find constant term in the expansion of $(2x^2 - \frac{1}{x})^6$ 04

- (બ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:
 (i) $1+11+111+1111+\dots$ n-પદો સુધી મેળવો . 03
 (ii) $(2x^2 - \frac{1}{x})^6$ ના વિસ્તરણ નું અચળ પદ મેળવો. 04

OR

- (b) Do as Directed: 03
 (i) Find $4+44+444+\dots$ upto n-terms. 04
 (ii) Find T_5 in the expansion of $(x-y)^{10}$.

- (બ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:
 (i) $4+44+444+\dots$ n-પદો સુધી મેળવો . 03
 (ii) $(x-y)^{10}$ ના વિસ્તરણ નું T_5 મેળવો . 04

Q.3 (a) Do as directed:

- (i) If $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ & $C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}$ then find $2A+3B+4C$. 03

- (ii) Find the inverse of $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. 04

પ્રશ્ન. ૩ (અ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:

- (i) જો $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ & $C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 5 & 2 \end{bmatrix}$ તો $2A+3B+4C$ મેળવો . 03

- (ii) શ્રેણિક નો વ્યસ્ત મેળવો : $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ 04

- (b) Do as directed:
 (i) If $\bar{a} = (3, 2, 1), \bar{b} = (2, -1, 3), \bar{c} = (2, 7, 3)$ then find $|\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}|$ 03
 (ii) If $\bar{a} = 2\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}, \bar{b} = 3\bar{i} + 2\bar{j} + 4\bar{k}$ then find $|\bar{a} \times \bar{b}|$. 04

(બ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:

(i) જો $\vec{a} = (3, 2, 1), \vec{b} = (2, -1, 3), \vec{c} = (2, 7, 3)$ તો $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ મેળવો .

(ii) જો $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}, \vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ તો $|\vec{a} \times \vec{b}|$ મેળવો.

OR

Q.3 (a) Do as directed:

(i) Find $A^2 + 3A + 2I$ where, $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

(ii) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ then prove that $AB \neq BA$

પ્રશ્ન. 3 (અ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:

(i) $A^2 + 3A + 2I$ મેળવો જ્યાં $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

(ii) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ તો સાબિત કરો કે $AB \neq BA$

(b) Do as directed:

(i) If $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j}, \vec{b} = 2\vec{j} + 3\vec{k} + \vec{i}$; find $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$.

(ii) The constant forces $2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ and $3\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$ acting on a particle, move it from $A(1, 2, 0)$ to $B(2, 3, 5)$. Find total work done.

(બ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:

(i) જો $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j}, \vec{b} = 2\vec{j} + 3\vec{k} + \vec{i}$; તો $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ મેળવો

(ii) અચળ બળો $2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ અને $3\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$ ની સંયુક્ત અસર તળે એક કણ નું $A(1, 2, 0)$ થી $B(2, 3, 5)$ સુધી સ્થાનાંતર થાય છે . તેથી થયેલું કાર્ય ગણો

Q.4 (a) Do as directed:

(i) Find the value of

$$\frac{\sin(180^\circ + A)}{\sin(360^\circ - A)} + \frac{\tan(90^\circ + A)}{\cot(180^\circ - A)} + \frac{\cos(360^\circ + A)}{\sin(90^\circ + A)}$$

(ii) Prove that $\tan 50^\circ = \frac{\cos 5^\circ + \sin 5^\circ}{\cos 5^\circ - \sin 5^\circ}$.

પ્રશ્ન. ૪ (અ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:

(i) કિંમત ગણો : $\frac{\sin(180^\circ + A)}{\sin(360^\circ - A)} + \frac{\tan(90^\circ + A)}{\cot(180^\circ - A)} + \frac{\cos(360^\circ + A)}{\sin(90^\circ + A)}$

(ii) સાબિત કરો કે $\tan 50^\circ = \frac{\cos 5^\circ + \sin 5^\circ}{\cos 5^\circ - \sin 5^\circ}$

(b) Do as Directed:

(i) Prove that $\sin 3A = 3\sin A - 4\sin^3 A$.

(ii) Prove that $\frac{\sin 3\theta}{\sin \theta} - \frac{\cos 3\theta}{\cos \theta} = 2$

- (બ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો: 03
- (i) સાબિત કરોકે $\sin 3A = 3\sin A - 4\sin^3 A$ 04
- (ii) સાબિત કરોકે $\frac{\sin 3\theta}{\sin \theta} - \frac{\cos 3\theta}{\cos \theta} = 2$ 04
- OR

Q.4 (a) (a) Do as directed:

- (i) Prove that $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}, |x| \leq 1.$ 03
- (ii) Prove that $\tan 9^\circ \cdot \tan 27^\circ \cdot \tan 45^\circ \cdot \tan 63^\circ \cdot \tan 81^\circ = 1$ 04

પ્રશ્ન. ૪ (અ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:

- (i) સાબિત કરોકે $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}, |x| \leq 1.$ 03
- (ii) સાબિત કરોકે $\tan 9^\circ \cdot \tan 27^\circ \cdot \tan 45^\circ \cdot \tan 63^\circ \cdot \tan 81^\circ = 1$ 04

(b) Do as Directed:

- (i) Prove that $\sin 2A = 2\sin A \cdot \cos A$ 03
- (ii) Prove that $\tan 40^\circ = \frac{\cos 5^\circ - \sin 5^\circ}{\cos 5^\circ + \sin 5^\circ}$ 04

(બ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:

- (i) સાબિત કરો કે $\sin 2A = 2\sin A \cdot \cos A.$ 03
- (ii) સાબિત કરો કે $\tan 40^\circ = \frac{\cos 5^\circ - \sin 5^\circ}{\cos 5^\circ + \sin 5^\circ}$ 04

Q.5 (a) Do as directed:

- (i) Draw the graph of $y = \cos x, 0 \leq x \leq \pi$ 03
- (ii) In usual notations, prove that $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ 04

પ્રશ્ન. ૫ (અ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:

- (i) $y = \cos x, 0 \leq x \leq \pi$ નો આલેખ દોરો. 03
- (ii) સામાન્ય સંકેતો મુજબ પુરવાર કરોકે $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$ 04

(b) Do as Directed:

- (i) In usual notations, find Δ, R and r for ΔABC with $a = 5, b = 7, c = 8.$ 03
- (ii) Prove that $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}.$ 04

(બ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:

- (i) સામાન્ય સંકેતો મુજબ ΔABC માટે Δ, R અને r મેળવો જ્યાં $a = 5, b = 7, c = 8$ 03

- (ii) પુરવાર કરોકે $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}.$ 04

OR

Q.5 (a) Do as directed:

(i) Draw the graph of $y = \sin x, 0 \leq x \leq \pi$

03

(ii) In usual notations, Prove that $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

04

પ્રશ્ન. ૫ (અ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:

(i) $y = \sin x, 0 \leq x \leq \pi$ નો આલેખ દોરો.

03

(ii) સામાન્ય સંકેતો મુજબ પુરવાર કરો કે $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

04

(b) Do as Directed:

(i) Solve $\triangle ABC$ where, $A = 60^\circ, B = 90^\circ, a = 5$

03

(ii) Prove that $\tan^{-1}\left(\frac{5}{7}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{\pi}{4}$

04

(બ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:

(i) $\triangle ABC$ ઉકેલો જ્યાં $A = 60^\circ, B = 90^\circ, a = 5$

03

(ii) પુરવાર કરો કે $\tan^{-1}\left(\frac{5}{7}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{\pi}{4}$

04
