Seat No.: ________ Enrolment No.______________

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER – 1,2(OLD) • EXAMINATION – SUMMER - 2018

Subject Code: 310034 **Date: 19-May-2018**

Subject Name: Mathematics - I

Time:02:30 PM TO 05:00 PM **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Each question carry equal marks (14 marks)**
5. **Only simple calculator is allowed.**

Q.1 Fill in the blanks: 14

(1) $\log_{100} 10 = ...$ (2) $\log 5 \cdot \log 3 \cdot \log 1 = ...$

(3) If $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ then $|A| = ...$ (4) $\frac{5\pi}{6} = ...$ degrees

(5) $\cos^2 25 + \cos^2 65 = ...$ (6) $|2\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}| = ...$

(7) If $\bar{a} = 3\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}, \bar{b} = 4\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$ then $\bar{a} \cdot \bar{b} = ...$

(8) $\sin(\pi) + \cos(\pi) = ...$ (9) The period of $\sin x = ...$

(10) $\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = ...$ (11) $\tan^{-1}(1) = ...$ (12) value of $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = ...$

(13) For a G.P., $\frac{G}{a} = \frac{b}{G}$ then $G = ...$ (14) $\bar{a} \cdot (\bar{a} \times \bar{b}) = ...$

Q.1 ખાલી જગ્યાઓ પૂરો: 14

(1) $\log_{100} 10 = ...$ (2) $\log 5 \cdot \log 3 \cdot \log 1 = ...$

(3) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ તો $|A| = ...$ (4) $\frac{5\pi}{6} = ...$ અંશ

(5) $\cos^2 25 + \cos^2 65 = ...$ (6) $|2\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}| = ...$

(7) જો $\bar{a} = 3\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}, \bar{b} = 4\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$ તો $\bar{a} \cdot \bar{b} = ...$

(8) $\sin(\pi) + \cos(\pi) = ...$ (9) $\sin x$ નું આવર્તમાન $= ....$

(10) $\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = ...$ (11) $\tan^{-1}(1) = ...$ (12) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ નું મૂલ્ય $= ....$

(13) કોઈ પણ સમગુણોત્તર શ્રેણી માટે, $\frac{G}{a} = \frac{b}{G}$ તો $G = ...$ (14) $\bar{a} \cdot (\bar{a} \times \bar{b}) = ...$

Q.2 (a) Do as Directed:

(i) Prove that $\log_b a \cdot \log_c b \cdot \log_a c = 1$ 03

(ii) Find $2 + 4 + 8 + ... + 1024$ 04

પ્રશ્ન.2 (અ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:

(i) સાબિત કરો કે $\log_b a \cdot \log_c b \cdot \log_a c = 1$ 03

(ii) મેળવો. $2+4+8+....+1024$ 04

Q.2 (b) Do as Directed:

(i) Find $1+11+111+1111+....$ upto n-terms. 03

(ii) Find constant term in the expansion of $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^6$ 04

પ્રશ્ન.2 (બ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:

(i) $1+11+111+1111+....$ n-પદો સુધી મેળવો. 03

(ii) $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^6$ ના વિસ્તરણનું અચળ પદ મેળવો. 04

OR

Q.2 (b) Do as Directed:

(i) Find $9+99+999+9999+....$ upto n-terms. 03

(ii) Find T_5 in the expansion of $(x+y)^{10}$. 04

પ્રશ્ન.2 (બ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:

(i) $9+99+999+9999+....$ n-પદો સુધી મેળવો. 03

(ii) $(x+y)^{10}$ ના વિસ્તરણનું T_5 મેળવો. 04

Q.3 (a) Do as Directed:

(i) If $A=\begin{bmatrix}-1 & 1 & 0\\ 2 & 3 & 5\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}3 & -4 & 1\\ 1 & 2 & 0\end{bmatrix} \& C=\begin{bmatrix}1 & -1 & 3\\ 4 & 5 & 2\end{bmatrix}$ then find $2A-3B-4C$. 03

(ii) Find the inverse of $\begin{bmatrix}3 & 2 & 2\\ 2 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 2\end{bmatrix}$. 04

પ્રશ્ન. 3 (અ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:

(i) જો $A=\begin{bmatrix}-1 & 1 & 0\\ 2 & 3 & 5\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}3 & -4 & 1\\ 1 & 2 & 0\end{bmatrix} \& C=\begin{bmatrix}1 & -1 & 3\\ 4 & 5 & 2\end{bmatrix}$ તો $2A-3B-4C$ મેળવો. 03

(ii) શ્રેણિકનો વ્યસ્ત મેળવો: $\begin{bmatrix}3 & 2 & 2\\ 2 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 2\end{bmatrix}$ 04

Q.3 (b) Do as Directed:

(i) If $\bar{a}=(-3,2,-1), \bar{b}=(-1,1,4), \bar{c}=(5,-2,3)$ then find $\left|2\bar{a}-\bar{b}+3\bar{c}\right|$. 03

(ii) If $\bar{a}=2\bar{i}+\bar{j}-3\bar{k}$, $\bar{b}=3\bar{i}-2\bar{j}+\bar{k}$ then find $\left|\bar{a}\times\bar{b}\right|$. 04

પ્રશ્ન. 3 (બ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:

(i) જો $\bar{a}=(-3,2,-1), \bar{b}=(-1,1,4), \bar{c}=(5,-2,3)$ તો $\left|2\bar{a}-\bar{b}+3\bar{c}\right|$ શોધો. 03

(ii) જો $\bar{a}=2\bar{i}+\bar{j}-3\bar{k}$, $\bar{b}=3\bar{i}-2\bar{j}+\bar{k}$ તો $\left|\bar{a}\times\bar{b}\right|$ શોધો. 04

OR

Q.3 (a) Do as Directed:

(i) Find $A^2+3A+2I$ where , $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}$ 03

(ii) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ then prove that $AB \neq BA$ 04

પ્રશ્ન. 3 (અ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:

(i) $A^2 + 3A + 2I$ મેળવો જ્યાં $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ 03

(ii) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ તો સાબિત કરો કે $AB \neq BA$ 04

Q.3 (b) Do as Directed:

(i) If $\bar{a} = \bar{i} + 3\bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}$; Find $\left|\left(\bar{a} + \bar{b}\right) \times \left(\bar{a} - \bar{b}\right)\right|$ 03

(ii) The constant forces $2\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}$ and $3\bar{i} + \bar{j} + 4\bar{k}$ acting on a particle move it from $A(1, 2, 0)$ to $B(2, 3, 5)$ .Find total work done. 04

પ્રશ્ન. 3 (બ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:

(i) જો $\bar{a} = \bar{i} + 3\bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}$; તો $\left|\left(\bar{a} + \bar{b}\right) \times \left(\bar{a} - \bar{b}\right)\right|$ મેળવો. 03

(ii) અચળ બળો $2\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}$ અને $3\bar{i} + \bar{j} + 4\bar{k}$ ની સંયુક્ત અસર તળે એક કણનું $A(1, 2, 0)$ થી $B(2, 3, 5)$ સુધી સ્થાનાંતર થાય છે.તેથી થયેલ કુલ કાર્ય શોધો. 04

Q.4 (a) Do as Directed:

(i) Find the value of $\frac{\sin(180^\circ + A)}{\sin(360^\circ - A)} + \frac{\tan(90^\circ + A)}{\cot(180^\circ - A)} + \frac{\cos(360^\circ + A)}{\sin(90^\circ + A)}$. 03

(ii) Prove that $\tan 40^\circ = \frac{\cos 5^\circ - \sin 5^\circ}{\cos 5^\circ + \sin 5^\circ}$ 04

પ્રશ્ન. ૪ અ દર્શાવ્યા મુજબ કરો: 07

(i) કિંમત મેળવો: $\frac{\sin(180^\circ + A)}{\sin(360^\circ - A)} + \frac{\tan(90^\circ + A)}{\cot(180^\circ - A)} + \frac{\cos(360^\circ + A)}{\sin(90^\circ + A)}$. 03

(ii) સાબિત કરો કે $\tan 40^\circ = \frac{\cos 5^\circ - \sin 5^\circ}{\cos 5^\circ + \sin 5^\circ}$ 04

Q.4 (b) Do as Directed:

(i) Prove that $\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$ 03

(ii) Prove that $\frac{\sin 3\theta}{\sin \theta} - \frac{\cos 3\theta}{\cos \theta} = 2$ 04

પ્રશ્ન. ૪ (બ) દર્શાવ્યા મુજબ કરો:

(i) સાબિત કરો કે $\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$ 03

(ii) સાબિત કરો કે $\frac{\sin 3\theta}{\sin \theta} - \frac{\cos 3\theta}{\cos \theta} = 2$ 04

OR

Q.4 (a) Do as Directed:

(i) Prove that $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}, |x| \leq 1.$ 03

(ii) Prove that $\tan 9 \cdot \tan 27 \cdot \tan 45 \cdot \tan 63 \cdot \tan 81 = 1$ 04

પ્રશ્ન. ૪ અ દર્શાવ્યા મુજબ કરો: 07

(i) સાબિત કરો કે $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}, |x| \leq 1.$ 03

(ii) સાબિત કરો કે $\tan 9 \cdot \tan 27 \cdot \tan 45 \cdot \tan 63 \cdot \tan 81 = 1$ 04

Q.4	(b)	Do as Directed:	
		(i) Prove that $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$	03
		(ii) Prove that $\frac{\sin 3\theta}{\sin\theta} - \frac{\cos 3\theta}{\cos\theta} = 2$	04
પ્રશ્ન. ૪	(બ)	દર્શાવ્યા મુજબ કરો:	
		(i) સાબિત કરો કે $\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$	03
		(ii) સાબિત કરો કે $\tan 47^\circ = \frac{\cos 2^\circ + \sin 2^\circ}{\cos 2^\circ - \sin 2^\circ}$	04
Q.5	(a)	Do as Directed:	
		(i) Draw the graph of $y = \sin x, 0 \le x \le \pi$.	03
		(ii) Find $\sin 15^\circ$.	04
પ્રશ્ન. ૫	અ	દર્શાવ્યા મુજબ કરો:	07
		(i) $y = \sin x, 0 \le x \le \pi$ નો આલેખ દોરો.	03
		(ii) સામાન્ય સંકેતો મુજબ પુરવાર કરો કે $a = b\cos C + c\cos B$	04
Q.5	(b)	Do as Directed:	
		(i) In usual notations, Find Δ, R and r for ΔABC with $a = 4, b = 5, c = 7$	03
		(ii) Prove that $\tan^{-1} x + \cot^{-1} x = \frac{\pi}{2}$	04
પ્રશ્ન. ૫	(બ)	દર્શાવ્યા મુજબ કરો:	
		(i) સામાન્ય સંકેતો મુજબ ΔABC માટે Δ, R અને r મેળવો જ્યાં $a = 4, b = 5, c = 7$	03
		(ii) સાબિત કરો કે $\tan^{-1} x + \cot^{-1} x = \frac{\pi}{2}$	04

OR

Q.5	(a)	Do as Directed:	
		(i) Draw the graph of $y = \cos x, 0 \le x \le \pi$.	03
		(ii) Prove that $\frac{1 + \sin 2A - \cos 2A}{1 + \sin 2A + \cos 2A} = \tan A$	04
પ્રશ્ન. ૫	અ	દર્શાવ્યા મુજબ કરો:	07
		(i) $y = \cos x, 0 \le x \le \pi$ નો આલેખ દોરો.	03
		(ii) સાબિત કરો કે $\frac{1 + \sin 2A - \cos 2A}{1 + \sin 2A + \cos 2A} = \tan A$	04
Q.5	(b)	Do as Directed:	
		(i) In usual notations for acute angle ΔABC prove that $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$	03
		(ii) Prove that $\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \frac{1}{16}$	04
પ્રશ્ન. ૫	(બ)	દર્શાવ્યા મુજબ કરો:	
		(i) સામાન્ય સંકેતો મુજબ પુરવાર કરો કે $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$	03
		(ii) સાબિત કરો કે $\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \frac{1}{16}$	04

****